УДК 535.4

А.С. Сисоєв, канд. фіз.-мат. наук
Харьковская национальная академия городского хозяйства

Досліджено поле дифракційного випромінювання електронного потоку зі змінною амплітудою густини струму вздовж напрямку руху потоку. Доведено, що на відміну від випадку електронного потоку зі сталою амплітудою, потік зі змінною амплітудою породжує у вільному простору складне поле різних за типом хвиль, як згасаючих так і поширюючихся. При малому прицільному параметру основний внесок у поле дифракційного випромінювання вносять гармоніки розсіяного поля, які обумовлені дифракцією на ґратці згасаючих при віддаленні від потоку хвиль, як це має місце і для електронного потоку зі сталою амплітудою густини струму.

ДИФРАКЦІЙНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ ЕЛЕКТРОННОГО ПОТОКУ З ЗМІННОЮ АМПЛІТУДОЮ ГУСТИНИ СТРУМУ

1. Власне поле електронного потоку.

Розглянемо дифракційне випромінювання електронного потоку кінчених розмірів, який рухається над плоскою граткою, змінна складова густини струму якого задана у вигляді

$$J=j_0F_1(x)F_2(y)\delta(z-\mathbf{a})\exp(ik\alpha y-i\omega t) \qquad (1)$$

Електронний потік для простоти вважається нескінченно тонким, він пролітає на відстані **а** від поверхні гратки (**а** – прицільний параметр). Тип гратки не конкретизується. Відносно неї тільки вважається, що гратка одномірно періодична з періодом *l* вздовж осі OY, її утворюючі направлені вздовж осі OX, вісь OZ перпендикулярна площині гратки. Електронний потік рухається в напрямку осі ОУ, його розмір вздовж осі ОУ (довжина) – D, вздовж осі ОХ (ширина) – b. Функція $F_1(x)$ задана на відрізку (-b/2, b/2) і описує зміну густини конвекційного струму електронного потоку вздовж осі *OX.* Функція $F_2(y)$ задана на відрізку (-D/2, D/2) і описує зміну густини струму вздовж осі ОУ. У формулі (1) k=ω/c, $\alpha = c/v_e$-коефіцієнт сповільнення електронного потоку, v_e- швидкість електронів, $\delta(z-a)$ - дельта-функція, j_0 – амплітуда густини струму.

При $F_2(y) = \mathrm{const}$ густина струму задовольняє рівнянню безперервності. Якщо $F_2(y) \neq \mathrm{const}$ то при

$$\frac{\partial F_2}{\partial y} \quad k\alpha F_2 \qquad (2)$$

рівняння безперервності виконується тим точніше, чим більше сповільнення α.

Умова (2) означає що функція $F_2(y)$ повинна бути повільно змінюючуюся функцією порівняно з $\exp(ik\alpha y)$.

Використовуючи розклад в інтеграл Фур’є для функцій

$$\delta(z-a)=\frac{k}{2\pi}\int e^{ik\rho(z-a)}d\rho$$

$$F_1(x)=\frac{k}{2\pi}\int G_x(\xi)e^{ik\xi x}d\xi$$

$$F_2(y)=\frac{k}{2\pi}\int G_y(\zeta)e^{ik\zeta y}d\zeta$$

отримуємо наступні формули для однокомпонентного вектора Герца $\Pi_y^э$, який спрямований вздовж осі ОУ і визначає електромагнітне поле струму (1) у вільному просторі

$$\Pi_y^э=-\frac{ij_0}{2\pi c}\iiint\frac{G_x(\xi)G_y(\zeta)}{1-\xi^2-(\alpha+\zeta)^2-\rho^2}\times \exp(ik(\xi x+(\alpha+\zeta)y+\rho(z-a))d\xi d\zeta d\rho \qquad (3)$$

Формула (3) визначає поле електронного потоку у вільному просторі у вигляді розкладу в інтеграл по плоским хвилям, що є найбільш сприйнятливим для розв’язання дифракції такого поля на гратці. Плоска хвиля є найпростішим видом хвиль і задача дифракції плоских хвиль на гратках для багатьох типів ґраток добре вивчені /1/. З використанням формули (3) задача дифракції поля електронного потоку зводиться до задачи дифракції плоскої хвилі, яка падає під реальним або комплексним кутом на гратку з наступним інтегруванням по всьому континууму плоских хвиль.

Використовуючи теорію вичитів інтеграли по ρ можливо підрахувати в аналітичному вигляді. Переходячи у площину змінного ρ, контур інтегрування потрібно вибрати таким чином, щоб результат не містив хвиль, які приходять з нескінченності і хвиль експоненційно зростаючих при віддаленні від електронного потоку.

Для розв’язання задачи дифракції поле електронного потоку необхідно розділити на дві поляризації. При цьому векторна задача дифракції зводиться до двох скалярних:

Н – поляризована частина поля електронного потоку, у якій E_x=0, $H_x \neq 0$, а решта компонентів поля також відмінні від нуля і виражаються через H_x, визначається однокомпонентним вектором Герца $\Pi_м$, який направлено вздовж осі ox,

Е – поляризована частина поля електронного потоку у якій $H_x=0, E_x\neq 0$, а решта компонентів поля також відмінні від нуля і виражаються через E_x, визначається однокомпонентним електричним вектором Герца $\Pi_э$, направленим вздовж осі ox.

Для цілій дифракційної електроніки найбільший інтерес уявляє Н - поляризована частина поля електронного потоку, яка може бути представлена у вигляді

$$\Pi^{м} = \Pi_1^{м} + \Pi_2^{м} + \Pi_3^{м} \tag{4}$$

де

$$\Pi_1^{м} = -\frac{j_0}{2\pi c} \iint\limits_{\xi^2+(\alpha+\zeta)^2>1} \Pi_x^{м}(\xi,\zeta)\exp(ik(\xi x + (\alpha+\zeta)y) - \\ - k\sqrt{\xi^2+(\alpha+\zeta)^2-1}\,|z-a|)d\xi d\zeta \tag{5}$$

$$\Pi_2^{м} = -\frac{j_0}{2\pi c} \iint\limits_{\xi^2+(\alpha+\zeta)^2<1} \Pi_x^{м}(\xi,\zeta)\exp(ik(\xi x + (\alpha+\zeta)y) \pm \\ \pm k\sqrt{1-\xi^2-(\alpha+\zeta)^2}\,|z-a|)d\xi d\zeta \tag{6}$$

$$\Pi_3^{м} = -\frac{j_0}{2\pi c} \iint\limits_{\xi^2+(\alpha+\zeta)^2=1} \Pi_x^{м}(\xi,\zeta)\exp(ik(\xi x + (\alpha+\zeta)y)d\xi d\zeta \tag{7}$$

$$\Pi_x^{м}(\xi,\zeta) = (1-\xi^2)^{-1}G(\xi)G(\zeta) \tag{8}$$

Таким чином модульований електронний потік з змінною амплітудою густини струму вздовж напрямку руху у вільному просторі породжує три типи хвиль:

1. хвилі експоненційно згасаючі при віддаленні від електронного потоку, що визначаються формулою (5),
2. хвилі, що поширюються від електронного потоку (власне випромінювання електронного потоку з змінною амплітудою густини струму) і визначаються формулою (6). Нагадаємо, що при сталій амплітуді густини струму вздовж напрямку руху електронного потоку власне випромінювання потоку відсутнє.
3. хвилі, що поширюються в площині електронного потоку і визначаються формулою (1).

2. Поле дифракційного випромінювання..

Поле випромінювання електронного потоку, що рухається над граткою, складається з двох частин: поля власного випромінювання самого електронного потоку, яке визначається формулою (6), і поля дифракційного випромінювання. Поле дифракційного випромінювання електронного потоку з змінною амплітудою на відміну від потоку зі сталою амплітудою складається з трьох принципово різних частин - це просторові гармоніки дифракційного поля, які поширюються від гратки, при дифракції на гратці полів, що описуються кожним доданком у формулі (4). Для електронного потоку зі сталою амплітудою густини струму в (4) залишається тільки перший доданок. Розглянемо кожну з частин поля дифракційного випромінювання докладніше.

Поле 1 – це поле поширюючихся просторових гармонік при дифракції на гратці згасаючих від потоку (неоднорідних) хвиль (5). Це поле визначається формулою

$$\Pi_1^{в} = -\frac{j_0}{2\pi c} \iint\limits_{\xi^2+(\alpha+\zeta)^2>1} \Pi_м(\xi,\zeta)\sum_{(n)} a_n^{(1)}(\xi,\zeta) \times \\ \exp(-k\sqrt{\xi^2+(\alpha+\zeta)^2-1}a)\exp(ik(\xi x + (\alpha_n+\zeta)y + \gamma_n z)\, d\xi d\zeta \tag{9}$$

де $\alpha_n = \alpha + \frac{n}{\kappa}$, $\gamma_n = \sqrt{1 - \xi^2 - (\alpha_n + \zeta)^2}$, $\kappa = \frac{\ell}{\lambda}$,

$a_n^{(1)}(\xi, \zeta)$ - коефіцієнти розкладу поля дифракційного випромінювання необмеженого модульованого електронного потоку з сталою амплітудою.

Поле 2 – це поле поширюючихся гармонік при дифракції на гратці поширюючихся від потоку (однорідних) хвиль (6). Це поле визначається формулою

$$\Pi_2^{в} = -\frac{j_0}{2\pi c} \iint\limits_{\xi^2 + (\alpha+\zeta)^2 < 1} \Pi_м(\xi, \zeta) \sum_{(n)} a_n^{(1)}(\xi, \zeta) \times \exp(ik\sqrt{1 - \xi^2 - (\alpha + \zeta)^2}\, a) \exp(ik(\xi x + (\alpha_n + \zeta) y + \gamma_n z)\, d\xi d\zeta \tag{10}$$

де $a_n^{(2)}(\xi, \zeta)$ - коефіцієнти розкладу в ряд Фур'є розсіяного поля в задачі дифракції плоскої хвилі на гратці.

Поле 3 – це поле поширюючихся просторових гармонік при дифракції на гратці поширюючихся в площині електронного потоку хвиль (7). Це поле визначається формулою

$$\Pi_3^{в} = -\frac{j_0}{2\pi c} \iint\limits_{\xi^2 + (\alpha+\zeta)^2 = 1} \Pi_м(\xi, \zeta) \sum_{(n)} a_n^{(3)}(\xi, \zeta) \times \exp(ik(\xi x + (\alpha_n + \zeta) y + \gamma_n z)\, d\xi d\zeta \tag{11}$$

Підсумовування в формулах (9) – (11) виконується по всім гармонікам, що поширюються від гратки, тобто таким , які задовільнюють умові випромінювання

$$\xi^2 + (\alpha_n + \zeta)^2 < 1 \tag{12}$$

Кількість гармонік, що випромінюються, визначаються з умови випромінювання (12) і області інтегрування для кожного поля, які повинні виконуватися одночасно. Введемо наступні позначення

$$\kappa\alpha = n_0 + \kappa\mu \quad \text{і} \quad \kappa\zeta = m_0 + \kappa\upsilon \tag{13}$$

де n_0 - ціла частина $\kappa\alpha$, m_0 - ціла частина $\kappa\zeta$, а $\kappa\mu$ і $\kappa\nu$ - дрібні частини, такі, що $|\kappa\mu| < 1/2$, $|\kappa\nu| \le 1/2$.

Поле 1. При $\kappa < N + \frac{1}{2}$ (де N = 1,2,3..-ціле число) умова випромінювання (12) дає

$$-(n_0 + m_0) - N \le n \le -(n_0 + m_0) + N \tag{14}$$

а область інтегрування призводить до співвідношення

$$\left|n_0 + m_0\right| > N .$$

При $N = 0$ (тобто $\kappa < \frac{1}{2}$) і при заданому $n_0 + m_0$ випромінюється тільки одна гармоніка з номером $n = -(n_0 + m_0)$ і при цьому $m_0 \neq -n_0$.

Оцінюючи інтеграл (9) методом стаціонарної фази для найбільш важливого на практиці режиму одно хвильового випромінювання, що відбувається при $\kappa < \frac{1}{2}$ отримаємо

$$\begin{gathered}\Pi_1^{в} = \frac{ij_0}{4\pi^2 c}\cos\theta \sum_{(m_0)} \Pi_м(\xi_0, \zeta_0^{(1)}) a^{(1)}_{-(n_0+m_0)}(\xi_0, \zeta_0^{(1)}) \times \\ \exp(-k\sqrt{\xi_0^2 + (\alpha + \zeta_0^{(1)})^2}\ a) \exp(ikr)/r.\end{gathered} \tag{15}$$

де штрих у сумі означає, що у сумі повинен бути пропущений член з $m_0 = -n_0$. В формулі (15) введена сферична система координат

$$x = r\sin\theta\sin\phi, \qquad y = r\sin\theta\cos\phi, \qquad z = r\cos\theta.$$

і $\xi_0, \zeta_0^{(1)}$ - стаціонарні точки, які визначаються формулами

$$\xi_0 = \sin\theta\sin\phi, \qquad \zeta_0^{(1)} = \frac{m_0}{\kappa} - \mu + \sin\theta\cos\phi. \tag{16}$$

Як відомо [2], дифракційне випромінювання електронного потоку з сталою амплітудою густини струму уявляє собою просторову гармоніку з номером $n = -n_0$, що поширюється від гратки. З формули (15) видно, що електронний потік з змінною амплітудою густини струму породжує дифракційне випромінювання у вигляді нескінченної кількості просторових гармонік, що поширюються від гратки. Амплітуда гармонік, що випромінюються, визначається коефіцієнтами $a_{-(n_0+m_0)}$, які зменшуються при збільшенні потоку, і ще в більшій мірі функцією $G_y(m_0)$, що є Фур'є – перетворенням функції $F_2(y)$, яка описує зміну амплітуди струму вздовж довжини потоку. Якщо на довжині потоку вкладається багато довжин хвиль, що звичайно виконується в дифракційній електроніці, то функція $G_y(m_0)$ швидко зменшується при зростанні m_0 і подавляючий внесок у суму (15) вносить член з номером $m_0 = 0$.

В цьому випадку

$$\begin{gathered}\Pi_1^{в} = \frac{ij_0}{4\pi^2 c} a_{-n_0}(\xi_0, \zeta_0^{(1)}) G_x(\xi_0) G_y(\zeta_0^{(1)}) \cos\theta \left[1 - \sin^2\theta \sin^2\phi\right]^{-1/2} \times \\ \exp(-k\sqrt{\xi_0^2 + (\alpha + \zeta_0^{(1)})^2 - 1}\ a) \times \exp(ikr)/r\end{gathered} \tag{17}$$

де

$$\zeta_0^{(1)} = -\mu + \sin\theta\cos\phi \tag{18}$$

Поле 2. При $\kappa < N + \frac{1}{2}$ з визначення області інтегрування випливає

$$-N < n_0 + m_0 < N \tag{19}$$

Підстановка (19) в умову випромінювання (12) приводить до визначення кількості гармонік, що випромінюються

$$-2N < n < 2N$$

тобто кількість гармонік, які випромінюються, дорівнює. $2N+1$. При $\kappa < \frac{1}{2}$ випромінюється тільки одна гармоніка з номером $n = -(n_0 + m_0)$. При цьому з (19) випливає, що $n_0 + m_0 = 0$ і отже $n = 0$. Тобто випромінюється тільки основна гармоніка розсіяного поля

$$\Pi_2^{в} = \frac{j_0}{4\pi^2 c} a_0(\xi_0, \zeta_0^{(2)}) \frac{G_x(\xi_0) G_y(\zeta_0^{(2)})}{1 - \sin^2\theta \sin^2\phi} e^{ik\cos\theta} \frac{e^{ikr}}{r} \tag{20}$$

де $$\zeta_0^{(2)} = -\alpha + \sin\theta\cos\phi + -(\frac{n_0}{\kappa} + \mu) + \sin\theta\cos\phi.$$

Поле 3. Підстановка області інтегруванні в умову випромінювання приводить к співвідношенню

$$-2(\alpha + \zeta)\frac{n}{\kappa} - \frac{n^2}{\kappa^2} > 0 \tag{21}$$

де $$-1 \le (\alpha + \zeta) \le 1 \tag{22}$$

З (21), (22) випливає , що максимальний номер гармоніки, що випромінюється, повинен задовольняти нерівності

$$|n_{max}| < 2\kappa.$$

При $\kappa < \frac{1}{2}$ $n_{max} = 0$, тобто випромінюється тільки основна гармоніка з номером $n = 0$, поле якої визначається формулою

$$\Pi_3^{в} = \frac{j_0}{4\pi^2 c} a_0(\xi_0, \zeta_0^{(2)}) \frac{G_x(\xi_0) G(\zeta_0^{(2)})}{1 - \sin^2\theta \sin^2\phi} \times \frac{\exp(ikr)}{r} \tag{23}$$

Як відзначалося вище, функція $G_y(\zeta_0)$ швидко згасає при збільшенні ζ_0. Для поля 1 параметр ζ_0 визначається формулою (18), а для полів 2 і3 формулою (20), з яких видно, що

$$\zeta_0^{(2)} = -\frac{n_0}{\kappa} + \zeta_0^{(1)}.$$

При $\kappa < \frac{1}{2}$ в силу швидкого зменшення функції $G_y(\zeta_0)$ виконується нерівність

$$G_y(\zeta_0^{(2)}) << G_y(\zeta_0^{(1)})$$

і при малому прицільному параметрі a домінуючий внесок в поле дифракційного випромінювання вносить поле 1, а внесками полів 2 і3 можливо знехтувати.

Таким чином, при малому прицільному параметру основний внесок у поле дифракційного випромінювання вносять гармоніки розсіяного поля, які обумовлені дифракцією на гратці згасаючих при віддаленні від потоку хвиль, як це має місце і для електронного потоку зі сталою амплітудою густини струму.

Література.

1. Шестопалов В.П., Литвиненко Л.М., Масалов С.А., Сологуб В.Г. Дифракція хвиль на гратках. Вид – во ХНУ ім. В.Н.Каразіна, 1973.
2. Шестопалов В.П. Дифракційна електроніка. Вид – во ХНУ ім. В.Н.Каразіна, 1976
3. Сисоєв А.С., Третьяков О.А., Шестопалов В.П. Изв вузов «Радиофизика», т.17 №7

ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА С ПЕРЕМЕННОЙ АМПЛИТУДОЙ ПЛОТНОСТИ ТОКА

А.С. Сысоев

Исследовано поле дифракционного излучения электронного потока с переменной амплитудой плотности тока вдоль направления движения потока. Показано, что в отличие от случая электронного потока с постоянной амплитудой, поток с переменной амплитудой рождает в свободном пространстве сложное поле различных по типу волн, как затухающих, так и распространяющихся. При малом прицельном параметре основной вклад в поле дифракционного излучения вносят гармоники рассеянного поля, которые обусловлены дифракцией на решетке затухающих при удалении от потока волн, как это имеет место и для электронного потока с постоянной амплитудой плотности тока.

THE DIFRACNION RADIANION OF ELECTRONIC FLOW CHANGING AMPLITUDE CURRENT DENCITY

A.S. Sysojev

The field of the electronic flow with changing amplitude of current dencity along direction of the flow movement was investigated. The article presents that unlike the case of electronic flow with the constants amplitude the flow with different amplitude creates in free space the complicated field of different types of waves as dispersed as speeding. At the aiming parameter is small the main contribution in diffraction radiation field is carries by harmonies of diffractional field provided by diffraction on the grate of dispersed waves as it takes place for the electronic flow with constant amplitude of the current dencity.